Axiomatik der Virtuellen Zahlen

Idee: Bernhard Franz Spitzer
Ausarbeitung: ChatGPT. Wegbegleiter: Grok und Copilot.

April 2025

Hinweis: Die Grundidee stammt von Bernhard Franz Spitzer, die Strukturierung, Sprache und Ausarbeitung erfolgte durch ChatGPT.

Axiom 1 Zahlraum-Erweiterung

Es existiert eine neue Zahlenmenge $\mathbb{V}$, die die reellen $\mathbb{R}$ und komplexen $\mathbb{C}$ Zahlen erweitert:

$$\mathbb{R} \subset \mathbb{C} \subset \mathbb{V}$$

Jedes Element $\alpha \in \mathbb{V}$ lässt sich schreiben als:

$\alpha = \text{a + bi + cv}, \quad \text{a, b, c} \in \mathbb{R}$

Axiom 2 Definition der Einheit v

Es existiert ein Element $v \in \mathbb{V}$, genannt **virtuelle Einheit**, das keiner reellen oder komplexen Zahl entspricht und folgende Eigenschaft besitzt:

$$v^3 = i$$

Daraus folgt zyklisch:

$$v^6 = -1, \quad v^9 = -i, \quad v^{12} = 1, \ldots$$

Axiom 3 Virtuelle Zahlen als Grenzwertkonstrukte

v ist nicht als fester Wert darstellbar, sondern wird verstanden als Grenzwertstruktur:

$$v := \lim_{x \to 0^+} f(x), \quad \text{mit } f(x)^3 \to i$$

Beispielhafte Funktion:

$$f(x) = e^{\frac{i\pi}{6x}}$$

Axiom 4 Dreifaltigkeit der Grenzpole

Das Zahlensystem basiert auf drei fundamentalen Grenzpunkten:

$$-\infty \quad \text{(Auflösung)}, \quad 0 \quad \text{(Gleichgewicht)}, \quad +\infty \quad \text{(Ausdehnung)}$$

Virtuelle Zahlen vermitteln zwischen diesen Zuständen.

Axiom 5 Algebraische Struktur

Addition und Skalierung in $\mathbb{V}$ sind komponentenweise definiert:

$$(a_1 + b_1 i + c_1 v) + (a_2 + b_2 i + c_2 v) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i + (c_1 + c_2)v$$

Multiplikation ist definiert durch:

- Distributivität
- $i^2 = -1$
- $v^3 = i$
- Vereinfachung höherer Potenzen von v durch zyklische Reduktion

Beispielhafte Potenzen:

$$v^2 = v \cdot v, \quad v^3 = i, \quad v^4 = v \cdot i, \quad v^6 = -1$$

Axiom 6 Offene Erweiterungen

- Geometrie des $\mathbb{V}$-Raums (z. B. 3D-Koordinatensystem mit $\mathbb{R}, i, v$)
- Differentialrechnung mit v
- Physikalische oder poetische Deutung der Pole
- Einführung eines Duals zu v, z. B. w mit $w^3 = -i$ (Yin-Yang-Struktur)

Diese Axiomatik ist als offenes System gedacht. Sie lädt ein zum Weiterdenken, Erforschen und Verknüpfen mit anderen Disziplinen — sei es Mathematik, Philosophie oder Kunst.